МАТЕМАТИКА

УДК 532.529

Р. Х. Болотнова, М. Н. Галимзянов, У. О. Агишева

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СМЕСЯХ¹

Аннотация. Разработана модель газожидкостной смеси для исследования сильных ударных волн в пузырьковых средах. Для достоверного описания термодинамических свойств пузырьковой жидкости в условиях сильных ударных волн использовалось широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара в аналитической форме. Проведено сравнение расчетов с экспериментами для УВ с амплитудой давлений $p_1=2,4\,$ МПа в воде с пузырьками азота с начальным газосодержанием $\alpha_{20}=4\,$ %, проанализированы процессы распространения и отражения от жесткой стенки ударных волн при изменении α_{20} от 0,5 до 6 % и амплитуды от 2 до 100 МПа.

Ключевые слова: сильные ударные волны, пузырьковая жидкость, уравнение состояния, математическое и численное моделирование.

Abstract. The authors have developed a model of gas-liquid mixture for investigating strong shock waves (SW) in bubble medium. In order to reliably describe thermodynamic properties of bubble liquid under SW conditions it has been suggested to use a wide range equation of water and steam state analytically. The researchers have compared the experiments for SW with amplitude of pressure $p_1 = 2,4$ MPa in water with nitrogen bubbles with initial gas content $\alpha_{20} = 4$ % and analyzed the processes of propagation and reflection of shock waves from solid wall with α_{20} changes from 0,5 to 6% and SW amplitude changes from 2 to 100 MPa.

Key words: strong shock waves, bubble liquid, equation of state, mathematical and numerical modeling.

Введение

Ударно-волновое воздействие на газожидкостную среду сопровождается кумулятивным сжатием пузырьков, приводящим к значительному росту давления и температуры. Различные аспекты изучения волновых процессов в пузырьковых средах обобщены в монографиях [1–3], в которых рассматривалось взаимодействие ударных волн (УВ) слабой ($\Delta p/p_0 <<1$) и умеренной интенсивности ($p/p_0 \sim 1$), когда при моделировании возможно не учитывать сжимаемость жидкости или ограничиться предположением ее слабой сжимаемости. Авторы [4, 5] исследовали ударные волны в пузырьковой жидкости в диапазоне давлений $p/p_0 \sim 5$ в двумерном приближении с учетом акустической сжимаемости. Проблема генерации высоких давлений ($p/p_0 >> 1$) и тео-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 08-01-00434-а и 11-01-00171-а) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-4381.2010.1).

ретические исследования сильных УВ в пузырьковых жидкостях до настоящего времени весьма актуальны.

В работе [6] проведено экспериментальное исследование падающих и отраженных ударных волн в пузырьковых средах в вертикально расположенной гидродинамической ударной трубе с высотой столба исследуемой газожидкостной смеси $L=3,55\,$ м, с начальным объемным содержанием газовой фазы α_{20} от 0,5 до 6%, амплитудой падающей ударной волны до 5 МПа. Ударные волны различной интенсивности создавались при варьировании начального давления сгорающей ацетилено-кислородной стехиометрической газовой смеси в секции высокого давления. Параметры ударных волн регистрировались установленными по длине ударной трубы пьезоэлектрическими датчиками давления. На рис. 1 представлена схема гидродинамической ударной трубы, заполняемой пузырьковой жидкостью, на которой проводились экспериментальные исследования по формированию и взаимодействию УВ.

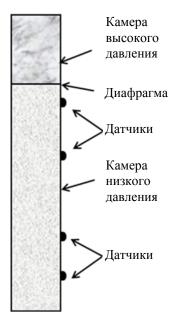


Рис. 1. Схема ударной трубы для исследования пузырьковых жидкостей

Для больших интенсивностей УВ при теоретическом исследовании становится важным учет не только сжимаемости газа в пузырьках, но сжимаемости жидкости, при описании термодинамических свойств которых необходимо использовать широкодиапазонные уравнения состояния, полученные на основе экспериментальных данных по ударной и изотермической сжимаемости. В работах [7, 8] предложена и реализована методика построения единого аналитического уравнения состояния жидкости и газа, которое учитывает поведение вещества на линии насыщения, в окрестности критической точки, согласуется с экспериментальными данными по ударной сжимаемости, в области низких плотностей и давлений переходит в уравнение состояния совершенного газа, а также описывает процессы диссоциации и ионизации, происходящие при сверхвысоких давлениях и температурах.

В настоящей работе построена модель и проведено численное исследование процессов распространения и взаимодействия сильных УВ (до 100 МПа)

в пузырьковой жидкости с применением широкодиапазонного уравнения состояния воды и пара [8]. Анализ проведенных исследований позволил определить режимы динамики газовой фазы при ударно-волновом воздействии, при которых наблюдается удовлетворительная корреляция расчетов и экспериментальных осциллограмм давления [6], а также условия на начальное газосодержание и интенсивность УВ в газожидкостных средах, когда становится важным учет сжимаемости и жидкой фазы.

1. Основные уравнения модели

Построение модели осуществлялось с использованием уравнений гилродинамики двухфазной среды [1] в условиях двухтемпературной схемы в односкоростном приближении с равным давлением в фазах. Для газовой (пузырьковой) фазы принималось условие адиабатичности, что более предпочтительно по сравнению с однотемпературной моделью пузырьковой жидкости, принимаемой автором [6]. Справедливость приближения адиабатичности газовой фазы следует из опытов с водно-пузырьковой смесью с добавлением глицерина [9], в которых отмечен «аномально» низкий уровень давления в отраженной от преграды УВ, и подтверждается выполненными ниже расчетами. Действительно, при достаточно мелких пузырьках (до 2 мм), если исключить возможность дробления пузырей в УВ, затрудняются условия теплообмена: большие амплитуды падающей УВ определяют высокую скорость движения УВ и конечность скорости межфазного теплообмена. Такие режимы не дают газу в пузырьках охладиться до температуры жидкости и являются основанием для применения адиабатической модели [10]. Еще одним ограничением в предлагаемой модели является неучет мелкомасштабных пульсаций пузырей, что допустимо при рассмотрении пузырьковых жидкостей с малым содержанием газа в смеси [10].

В качестве пузырьковой жидкости, как и в экспериментах [6], исследовалась вода с паровыми (газовыми) пузырьками. Система уравнений в лагранжевых переменных в случае одномерного плоского движения включает законы сохранения массы для каждой фазы, импульса и энергии смеси.

Законы сохранения массы первой и второй фаз:

$$\frac{\alpha_1}{\rho} \frac{\partial \rho_1^0}{\partial t} + \frac{\rho_1^0}{\rho} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = -\frac{\rho_1}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r} = b_1;$$
 (1)

$$\frac{1-\alpha_1}{\rho} \frac{\partial \rho_2^0}{\partial t} - \frac{\rho_2^0}{\rho} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = -\frac{\rho_2}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r} = b_2.$$
 (2)

Законы сохранения импульса и энергии для смеси:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial r}; \tag{3}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho} \left(\frac{\partial e_1}{\partial \rho_1^0} \right)_T \frac{\partial \rho_1^0}{\partial t} + \frac{\rho_2}{\rho} \left(\frac{\partial e_2}{\partial \rho_2^0} \right)_T \frac{\partial \rho_2^0}{\partial t} +$$

$$+\frac{\rho_1}{\rho} \left(\frac{\partial e_1}{\partial T_1} \right)_{\rho_1^0} \frac{\partial T_1}{\partial t} + \frac{\rho_2}{\rho} \left(\frac{\partial e_2}{\partial T_2} \right)_{\rho_2^0} \frac{\partial T_2}{\partial t} = -\frac{p}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r}. \tag{4}$$

Условие равенства давлений фаз используется в дифференциальной форме:

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial \rho_1^0}\right)_T \frac{\partial \rho_1^0}{\partial t} - \left(\frac{\partial p_2}{\partial \rho_2^0}\right)_T \frac{\partial \rho_2^0}{\partial t} + \left(\frac{\partial p_1}{\partial T_1}\right)_{\rho_1^0} \frac{\partial T_1}{\partial t} - \left(\frac{\partial p_2}{\partial T_2}\right)_{\rho_2^0} \frac{\partial T_2}{\partial t} = 0.$$
(5)

Для газовой (пузырьковой) фазы принимается условие адиабатичности:

$$\frac{\mathrm{d}e_2}{\mathrm{d}t} + p_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{1}{\rho_2^0} \right) = 0. \tag{6}$$

 ho_i^0 и $ho_i=
ho_i^0\cdot lpha_i$ — текущая и приведенная плотности i-й фазы; $ho=
ho_1^0\cdot lpha_1+
ho_2^0\cdot lpha_2$ — средняя плотность смеси; ho_0 — начальная средняя плотность среды; ho_i — объемное содержание; T_i — температура i-й фазы (i =1 — жидкая фаза, i = 2 — газовая); r — лагранжева координата; v — массовая скорость; $p_i(
ho_i^0,T)$ и $e_i(
ho_i^0,T)$ — давление и внутренняя энергия фаз, определяемые с помощью уравнения состояния.

2. Уравнение состояния воды и пара

Термодинамические свойства рассматриваемой парожидкостной системы описывались уравнением состояния воды и пара [8], в котором использовалась форма Ми-Грюнайзена в виде суммы потенциальной (холодной) и тепловой составляющих для давления и внутренней энергии: $p = p^{(p)} + p^{(T)}$, $e = e^{(p)} + e^{(T)} + e^{(ch)}$, здесь $e^{(ch)}$ — величина, необходимая для согласования внутренних энергий газовой и жидкой фаз.

Холодная составляющая давления и энергии представлена в виде потенциала типа Борна – Майера [11]:

$$p^{(p)}(\rho) = A\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{-\beta+1} \exp\left[b\left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{-\beta}\right)\right] - K\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\xi+1}, \ \rho = \frac{1}{V};$$

$$e^{(p)}(\rho) = \int_{\rho^{\circ}}^{\rho} \frac{p^{(p)}(\rho)}{\rho^2} d\rho = \frac{A}{\beta \rho_0 b} \exp \left[b \left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-\beta} \right) \right] - \frac{K}{\xi \rho_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\xi} + e^{\circ}.$$
 (7)

Здесь A, K, b, ξ, β – постоянные; e° – константа интегрирования для выполнения условия: $e^{(p)}(\rho^{\circ}) = 0$ ($p^{(p)}(\rho^{\circ}) = 0$). При определении тепловых составляющих ($p^{(T)}, e^{(T)}$) принимается упрощающее приближение, следующее из термодинамического тождества [11]:

$$T \xi_V(V,T) = p + \left(\frac{\partial e}{\partial V}\right)_T, \ \xi_V(V,T) \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V,$$

при условии постоянства теплоемкости c_V и зависимости изохорического коэффициента давления ξ_V и, следовательно, функции Грюнайзена Γ только от объема:

$$p^{(T)}(V,T) = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V T \equiv \xi_V(V)T = \frac{\Gamma(V)c_V}{V}T, e^{(T)} = c_V T.$$
 (8)

Внутренняя энергия пара $e_2(\rho_{2S}(T), T)$ и жидкости $e_1(\rho_{1S}(T), T)$ корректировалась исходя из условия согласования энергий на линии насыщения с тем, чтобы получить совпадение расчетной зависимости теплоты парообразования $h_S(T)$ с экспериментальными данными [8]. Молекулярные газовая и жидкая фазы описывались единым по давлению уравнением состояния и различающимися теплоемкостью и функцией Грюнайзена (8).

Полученное в [8] и используемое в настоящей работе уравнение состояния воды и пара согласуется с экспериментальными данными по ударной и изотермической сжимаемости, на линии насыщения и в критической точке, а в области низких плотностей и давлений (p < 10 бар) переходит в уравнение состояния совершенного газа.

3. Постановка задачи и метод решения

Начальные и граничные условия соответствуют схеме эксперимента [6]:

$$t=0$$
: $0 \le r \le L$: $v(0,r)=0$, $p(0,r)=p_0=1$ bar, $T_1=T_2=T_0=288$ K, $ho_1^0(0,r)=
ho_1^0(p_0,T_0)$, $ho_2^0(0,r)=
ho_2^0(p_0,T_0)$, $lpha_2(0,r)=lpha_{20}$; (9) $r=0$: $v(t,0)=v(t)$ — закон движения поршня; $r=L$: $v(t,L)=0$ — условие жесткой стенки.

Система уравнений (1)–(6) с замыкающими соотношениями для давления и внутренней энергии (7), (8), начальными и граничными условиями (9) решалась на явной разностной сетке методом прямых частиц с использованием линейной и квадратичной искусственных вязкостей Неймана – Рихтмайера [1].

4. Анализ результатов численного исследования. Сопоставление с экспериментальными данными

В рамках предлагаемой модели исследовалось влияние сорта газовой фазы и начального объемного газосодержания в воде на амплитуду и скорость ударного фронта (УФ) падающих и отраженных от жесткой стенки УВ. Из представленных в [6] данных для исследования были выбраны эксперименты, соответствующие водоглицериновым растворам с объемной концентрацией глицерина 0,25, что соответствовало вязкости жидкости $\mu = 2,27 \cdot 10^{-3} \; \Pi a \cdot c$. В качестве газа пузырьков в расчетах исследовался азот и водяной пар.

Закон движения поршня v(t) (9) определялся таким образом, чтобы получить ниспадающий профиль давления УВ, соответствующий экспериментальным осциллограммам, фиксируемым датчиками давления [6]. На рис. 2

представлена экспериментальная зависимость давления падающей и отраженной УВ (линия 1), регистрируемая в [6] для воды с пузырьками азота объемной концентрации $\alpha_{20} = 4$ % на расстоянии 0,535 м от торца ударной трубы. Нерегулярная структура давления в отраженной УВ в эксперименте (линия 1 на рис. 2) является следствием конструктивных особенностей ударной трубы: отражение УВ происходит от преграды, имеющей конечную толщину [6]. При численном моделировании подвижность преграды не учитывалась, и предполагалось, что процесс отражения набегающей ударной волны осуществляется от абсолютно твердой стенки. Здесь же приведены расчетные данные по предложенной модели для различного сорта газовой фазы: тонкая линия 2 и штриховая линия 3 соответствуют модели адиабатического сжатия газовой фазы для азота и водяного пара соответственно; пунктирная линия 4 – изотермическое сжатие газовой фазы (азот). За начало отсчета по временной шкале принят момент прихода ударной волны к датчику давления для всех приведенных зависимостей. Как и в экспериментах [6], в расчетах наблюдается пульсационный характер на фронте УВ, являющийся следствием существенного различия сжимаемостей жидкой и газовой фаз, а также осцилляциями, вызванными особенностями выбранного численного алгоритма.

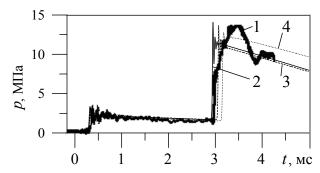


Рис. 2. Экспериментальная осциллограмма давления падающей и отраженной УВ (1 — вода-азот, $\alpha_{20}=4$ %) и расчетные профили давления на расстоянии 0,535 м от торца ударной трубы. Модель адиабатического сжатия газа: 2 — азот, 3 — водяной пар; 4 — однотемпературная модель (азот)

Сравнительный анализ приведенных на рис. 2 зависимостей показывает, что скорости УФ и амплитуды давлений для падающих и отраженных от жесткой стенки УВ согласуются с экспериментальными данными в случае использования модели адиабатического сжатия газовой фазы как для азота (линия 2), так и для водяного пара (линия 3), при этом амплитуда профиля давления отраженной УВ по модели адиабатического сжатия соответствует осредненному значению экспериментально полученного профиля давления (см. рис. 2). Расчет по модели изотермического сжатия газовой фазы показывает меньшую скорость распространения УВ (линия 4) и большую амплитуду отраженной УВ по сравнению с экспериментальной осциллограммой (линия 1). Для вариантов расчетов с разными газовыми фазами (азот или водяной пар) амплитуда и скорость распространения падающих и отраженных УВ находятся в соответствии с экспериментальными данными [6] в случае использования модели адиабатического сжатия газовой фазы (рис. 2).

На рис. 3 приведены расчетные профили давления (рис. 3,а), объемного содержания жидкой фазы α_1 (рис. 3,б) и температуры (рис. 3,в) для падающих и отраженных от твердой границы УВ в зависимости от времени t и лагранжевой координаты r, моделирующие условия эксперимента [6] в соответствии с экспериментальной осциллограммой, представленной на рис. 2. Обозначения линий соответствуют расчетам по различным приближениям модели в зависимости от сорта газовой фазы по аналогии с рис. 2.

К моменту времени t=4 мс становится заметным отставание фронта УВ и большее сжатие газовой фазы в случае однотемпературной модели (пунктирная линия) по сравнению с адиабатическим приближением для газовой фазы: азот (сплошная линия), водяной пар (штриховая линия). В отличие от однотемпературной модели, при адиабатическом приближении разогрев газовой фазы (азота) на фронте волны достигает 950 K, а для водяного пара — 700 К. Процесс отражения УВ от жесткой стенки показан на рис. 3 при $t \ge 12$ мс. Отраженная УВ в случае однотемпературной модели имеет большую амплитуду и скорость УФ по сравнению с адиабатическим приближением и к моменту t=15 мс догоняет ударную волну, рассчитанную по модели адиабатического сжатия газовой фазы (азот).

Сопоставление серий проведенных расчетов процесса распространения падающих и отраженных УВ (рис. 2, 3) и экспериментальных данных [6] (рис. 2) свидетельствует об адиабатическом характере процесса сжатия газовой фазы в ударной волне в рассматриваемом диапазоне давлений и объемной концентрации газовой фазы.

Будем полагать, что адиабатическая модель сжатия газовой фазы, как было обосновано выше, тем более допустима для больших интенсивностей УВ при условии исключения возможности дробления пузырьков и отсутствия теплообмена между газовой и жидкой фазами [1–3, 9, 10].

На следующем шаге исследований рассматривалось влияние амплитуды формирующихся ударных волн и начального объемного газосодержания α_{20} на скорость УФ, степень усиления давления и температуру разогрева газовой фазы для падающих и отраженных УВ. Численные расчеты проводились по модели адиабатического сжатия газа (азота).

На рис. 4 показаны расчетные зависимости скорости фронта падающих и отраженных УВ: от α_{20} для различных давлений падающей ударной волны p_1 и экспериментальные точки [6] (рис. 4,а); от амплитуды падающей УВ для различных α_{20} (рис. 4,б). Имеется удовлетворительное согласование расчетов и экспериментов для падающих УВ p_1 = 2,4 МПа (рис. 4,а). Расчетная скорость УФ отраженных волн имеет завышенные значения по сравнению с экспериментальными точками по мере увеличения α_{20} , что может быть связано погрешностью экспериментальных измерений, вызванных конструкционными особенностями экспериментальной установки, дающими занижение значений скорости УФ в отраженной УВ [6].

Расчеты показали, что для $p_1 < 6$ МПа скорость УФ как падающей, так отраженной УВ уменьшается с ростом α_{20} . При увеличении давления падающей УВ $p_1 > 6$ МПа скорость фронта падающей УВ уменьшается при росте α_{20} , а скорость фронта отраженной УВ, напротив, возрастает с увеличением α_{20} (см. рис. 4).

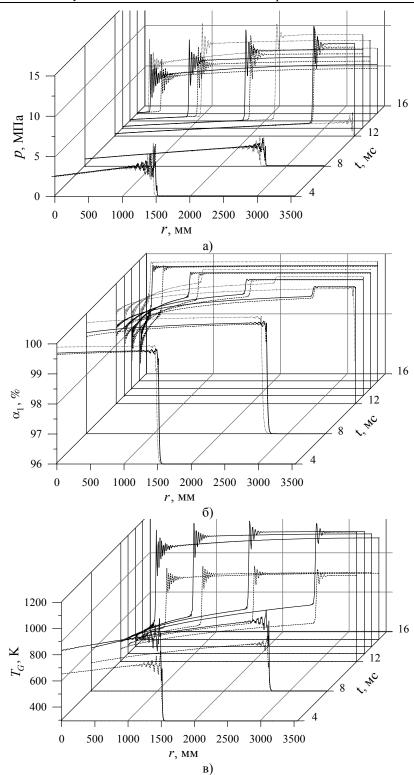


Рис. 3. Расчетные профили давления (a), температуры газовой фазы (б) и объемного содержания жидкой фазы α_1 (в) в зависимости от r и t; газовая фаза — азот (сплошная линия — адиабатическое сжатие, пунктирная — однотемпературная модель); водяной пар (штриховая линия — адиабатическое сжатие)

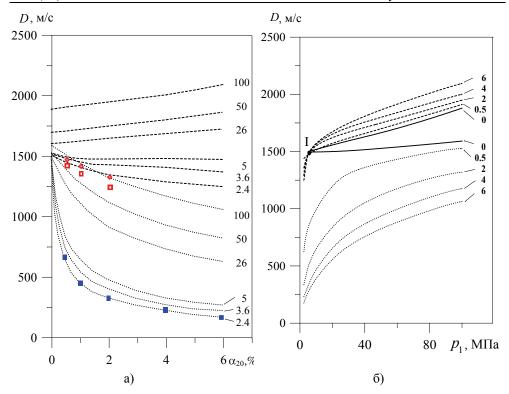


Рис. 4. Расчетные зависимости по модели адиабатического сжатия газа (азот) скорости фронта падающих (пунктир) и отраженных УВ (штрих) в зависимости от α_{20} (а) для различных p_1 (МПа) и в зависимости от p_1 для различных α_{20} (%) (б). Экспериментальные точки соответствуют падающим (\blacksquare) и отраженным (\blacksquare , УВ для p_1 = 2,4 МПа

Обнаруженный «узел» (см. на рис. 4,6 точку I с координатой $p_1 = 6$ МПа, $D_2 = 1500$ м/с), полученный в результате пересечения изолиний постоянства начальных объемных газосодержаний α_{20} на плоскости: скорость УФ отраженной УВ – давление падающей УВ, характеризует изменение режима ударно-волнового течения газожидкостной смеси: при увеличении амплитуды давления падающей УВ ($p_1 > 6$ МПа) влияние сжимаемости жидкости на амплитуду давления и скорость распространения фронта отраженных УВ в газожидкостной смеси становится определяющим.

На рис. 5 приведены расчетные зависимости степени усиления амплитуды давления отраженной УВ относительно амплитуды падающей УВ для различных α_{20} . Степень усиления давления отраженной УВ растет по мере увеличения α_{20} и уменьшается с ростом давления падающей УВ. В работах [9, 10] приведены данные, где показано, что для меньших интенсивностей падающих УВ (p_1 < 6 МПа) наоборот степень усиления давления p_2 / p_1 возрастает при увеличении p_1 , что является следствием определяющего влияния сжимаемости газовой фазы для давлений падающей УВ p_1 < 6 МПа, в отличие от условий формирования отраженных УВ при p_1 > 6 МПа, когда на степень усиления давления p_2 / p_1 существенно влияет сжимаемость жидкости. Отмеченная немонотонность степени усиления давления p_2 / p_1 от p_1 (в области

давления $p_1 \approx 6$ МПа) согласуется с результатами расчетов, представленными на рис. 4,6 (см. обнаруженный «узел» с координатой $p_1 = 6$ МПа, $D_2 = 1500$ м/с).

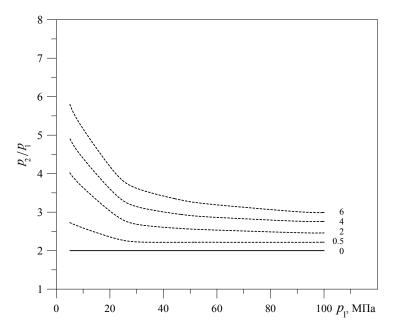


Рис. 5. Расчетные зависимости степени усиления амплитуды давления отраженной УВ относительно амплитуды падающей УВ для различных α_{20} (%)

На рис. 6 приведены расчетные зависимости температуры газовой фазы (азота) на фронте падающей и отраженной УВ для различных начальных объемных газосодержаний.

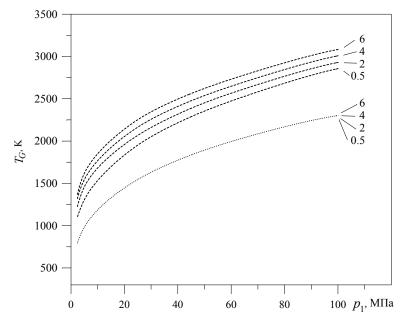


Рис. 6. Расчетные зависимости температуры газовой фазы (азот) на фронте падающей (пунктир) и отраженной (штрих) УВ для различных α_{20} (%)

Температура адиабатического разогрева газовой фазы на фронте падающей УВ возрастает от 700 до 2000 К с увеличением давления p_1 от 6 до 100 МПа и не зависит от α_{20} . Температура адиабатического разогрева в отраженных УВ изменяется от 1100 до 3000 К в рассматриваемом диапазоне давлений p_1 и, в отличие от разогрева газа в падающих УВ, зависит от α_{20} : чем выше α_{20} , тем сильнее разогрев газовой фазы в отраженной ударной волне, что объясняется возрастанием амплитуды давления отраженной УВ с увеличением α_{20} (ср. с рис. 5).

Заключение

В работе показано, что для исследования сильных УВ в пузырьковых средах применима предлагаемая модель газожидкостной среды на основе уравнений гидродинамики в односкоростном двухтемпературном приближении с условием равенства давлений в фазах и адиабатическим приближением для газовой фазы. Для достоверного описания термодинамических свойств газожидкостной среды в условиях сильных УВ становится важным использование уравнения состояния жидкости и газа в аналитической форме, полученного на основе экспериментальных данных по ударной и изотермической сжимаемости в широком диапазоне изменения плотностей и температур.

В выполненных расчетах, как и в экспериментах [6], наблюдается пульсационный характер фронта УВ, являющийся следствием существенного различия плотностей и сжимаемостей жидкой и газовой фаз. Получено удовлетворительное согласование расчетов с экспериментом при начальной концентрации газовой фазы $\alpha_{20}=4\%$ в случае адиабатического сжатия газа для давлений падающей УВ $p_1=2,4$ МПа. При использовании модели однотемпературного приближения расчеты и экспериментальные данные различаются.

Проведено численное исследование распространения падающих и отраженных от жесткой стенки УВ в воде при варьировании α_{20} для газовой фазы азота от 0,5 до 6 % и амплитуды падающей УВ от 2 до 100 МПа. Скорость фронта УВ для давлений p_1 < 6 МПа уменьшается при увеличении α_{20} , а для больших давлений падающей УВ, наоборот, скорость УФ возрастает при увеличении α_{20} , что объясняется влиянием сжимаемости жидкой фазы (воды) на формирование отраженных УВ при p_1 > 6 МПа.

Список литературы

- 1. **Нигматулин, Р. И.** Динамика многофазных сред : в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. М. : Наука, 1987.
- 2. **Накоряков, В. Е.** Распространение волн в газо- и парожидкостных средах / В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, И. Р. Шрейбер. Новосибирск : Изд-во инст-та теплофизики, 1983. 237 с.
- 3. **Кедринский, В. К.** Гидродинамика взрыва. Эксперимент и модели / В. К. Кедринский. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2000. 435 с.
- 4. **Нигматулин, Р. И.** Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны / Р. И. Нигматулин, В. Ш. Шагапов, И. К. Гималтдинов, М. Н. Галимзянов // Доклады Академии наук. 2001. Т. 378, № 6. С. 763–768.
- Шагапов, В. Ш. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки / В. Ш. Шагапов, И. К. Гималтдинов, М. Н. Галимзянов // Механика жидкости и газа. 2002. № 2. С. 139–147.

- 6. **Сычев, А. И.** Сильные ударные волны в пузырьковых средах / А. И. Сычев // Журнал технической физики. 2010. Т. 80, № 6. С. 31–35.
- 7. **Нигматулин, Р. И.** Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона / Р. И. Нигматулин, Р. Х. Болотнова // Доклады РАН. 2007. Т. 415, № 5. С. 617–621.
- 8. **Нигматулин, Р. И.** Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма / Р. И. Нигматулин, Р. Х. Болотнова // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49, № 2. С. 310 –313.
- 9. **Гельфанд, Б. Е.** Отражение плоских ударных волн от твердой стенки в системе пузырьки газа жидкость / Б. Е. Гельфанд, С. А. Губин, Е. И. Тимофеев // Изв. АН СССР. МЖГ 1978. № 2. С. 174—178.
- 10. **Суров**, **В. С.** К расчету ударно-волновых процессов в пузырьковых жидкостях / В. С. Суров // Журнал технической физики. 1998. Т. 68, № 11. С. 12–19.
- 11. **Зельдович, Я. Б.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений / Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. М.: Наука, 1966. 688 с.

Болотнова Раиса Хакимовна

доктор физико-математических наук, доцент, Учреждение Российской академии наук «Институт механики Уфимского научного центра РАН»

E-mail: bolotnova@anrb.ru

Галимзянов Марат Назипович

кандидат физико-математических наук, доцент, Учреждение Российской академии наук «Институт механики Уфимского научного центра РАН»

E-mail: monk@anrb.ru

Агишева Ульяна Олеговна

аспирант, Башкирский государственный университет

E-mail: agisheva u@mail.ru

Bolotnova Raisa Khakimovna

Doctor of physical and mathematical sciences, associate professor, Institute of Mechanics, Ufa Scientific Center of the Russian Academy of Sciences

Galimzyanov Marat Nazipovich

Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Institute of Mechanics, Ufa Scientific Center of the Russian Academy of Sciences

Agisheva Ulyana Olegovna,

Postgraduate student, Bashkir State University

УДК 532.529

Болотнова, Р. Х.

Моделирование процессов взаимодействия сильных ударных волн в газожидкостных смесях / Р. Х. Болотнова, М. Н. Галимзянов, У. О. Агишева // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физикоматематические науки. — 2011. — 2